



Guía de Aprendizaje n° 7 Propiedades de los logaritmos

Nombre

Curso 2 Medio B

Fecha

OA 2 Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces y logaritmos

Propiedades de los Logaritmos

Propiedad n°1 Logaritmo de una unidad

El logaritmo de 1 en cualquier base es igual a cero $\log_b 1 = 0$

Ejemplo $\log_2 1 = 0$ porque $2^0 = 1$

Propiedad n° 2 Logaritmo de la base

El logaritmo de la base del logaritmo es igual a uno

$\log_b b = 1$ porque $b^1 = b$

Ejemplo $\log_5 5 = 1$ porque $5^1 = 5$

Propiedad n° 3 Logaritmo de un producto

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de cada uno de sus factores

$\log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$

Ejemplo $\log_5 (25 \cdot 5) = 3$ porque $\log_5 25 + \log_5 5 = 2 + 1 = 3$

Propiedad n° 4 Logaritmo de un cuociente :

El logaritmo de un cuociente es igual a la diferencia entre el logaritmo del numerador y logaritmo del denominador

$\log_b \left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$

Ejemplo $\log_2 \left(\frac{16}{8}\right) = 1$ porque $\log_2 16 - \log_2 8 = 4 - 3 = 1$

Propiedad n° 5 Logaritmo de una potencia

El logaritmo de una potencia es igual al producto entre el exponente de la potencia y el logaritmo de la base de la potencia

$$\log_b x^n = n \log_b x$$

Ejemplo $\log_5 125^3 = 9$ porque $3 \cdot \log_5 125 = 3 \cdot 3 = 9$

Ejercicios resueltos

Desarrollo de logaritmos aplicando las propiedades

a) $\log(4ab) = \log 4 + \log a + \log b$

b) $\log\left(\frac{5a}{cd}\right) = \log 5a - \log cd = (\log 5 + \log a) - (\log c + \log d)$
 $\log 5 + \log a - \log c - \log d$

c) $\log 5 a^2 = \log 5 + \log a^2 = \log 5 + 2 \log a$

d) $\log \sqrt[3]{ab} = \log (ab)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log (ab) = \frac{1}{3} (\log a + \log b) = \frac{1}{3} \log a + \frac{1}{3} \log b$

e) $\log \frac{a^3 \sqrt{b}}{c^2} = \log a^3 + \log \sqrt{b} - \log c^2 = 3 \log a + \log b^{\frac{1}{2}} - 2 \log c =$

$$3 \log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$$

Reducir a un solo logaritmo aplicando las propiedades

$$a) \log x + \log y = \log (x \cdot y)$$

$$b) \log x - \log y = \log \frac{x}{y}$$

$$c) \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y = \frac{1}{2} \log (x y) = \log \sqrt{xy}$$

$$d) \log x - \log y - \log z = \log \frac{x}{yz}$$

$$e) \frac{1}{3} \log x - \frac{2}{3} \log y = \log x^{\frac{1}{3}} - \log y^{\frac{2}{3}} = \log \sqrt[3]{x} - \log \sqrt[3]{y^2} = \log \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y^2}}$$

$$f) \log 2 + \log 3 - \log 5 = \log (2 \cdot 3) - \log 5 = \log \frac{(2 \cdot 3)}{5}$$

Determina el valor de cada logaritmo utilizando propiedades y el valor de los siguientes log.

$$\log 2 = 0,3 \quad ; \quad \log 3 = 0,47 \quad ; \quad \log 5 = 0,69 \quad ; \quad \log 7 = 0,84 .$$

$$a) \log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 2 \cdot 0,3 = 0,6$$

$$b) \log 6 = \log (2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0,3 + 0,47 = 0,77$$

$$c) \log \frac{2}{5} = \log 2 - \log 5 = 0,3 - 0,69 = -0,39$$

$$d) \log \sqrt[3]{24} = \log 24^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 24 = \frac{1}{3} \log (8 \cdot 3) = \frac{1}{3} \log (2^3 \cdot 3) \\ \frac{1}{3} (3 \log 2 + \log 3) = \log 2 + \frac{1}{3} \log 3 = 0,3 + \frac{1}{3} \cdot 0,47 = 0,3 + 0,16 = 0,36$$

$$e) \log \frac{35}{3} = \log (5 \cdot 7) - \log 3 = \log 5 + \log 7 - \log 3 = 0,69 + 0,84 - 0,47 = 1,06$$

I) Trabajo Individual

Desarrolla cada uno de los siguientes logaritmos aplicando propiedades

a) $\log ab =$

b) $\log \frac{x}{y} =$

c) $\log \frac{a^3c}{b^2} =$

d) $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{b^3} =$

e) $\log \frac{a^4\sqrt{b}}{c} =$

f) $\log 2a\sqrt{b} =$

g) $\log 4a^2b\sqrt[5]{c} =$

II) Reduce a un solo logaritmo aplicando las propiedades

a) $\log x + \log y - \log z =$

b) $2\log x + 3 \log y - \log z =$

c) $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{2} \log b =$

d) $\log a - \log b - \log c =$

e) $\log x + \frac{1}{2}\log y - 3 \log z =$

f) $\frac{3}{2}\log a + \frac{5}{2} \log b - \log c =$

III) Determine el valor de cada logaritmo utilizando propiedades y el valor de las siguientes logaritmos

Si $\log 2 = 0,3$; $\log 3 = 0,47$; $\log 5 = 0,69$; $\log 7 = 0,84$

a) $\log 6$

b) $\log 15 =$

c) $\log 21 =$

d) $\log 24 =$

e) $\log \sqrt[3]{10} =$

f) $\log \frac{3}{2} =$

g) $\log \sqrt{3} =$